

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

پایه

۴

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۷/۲۰

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۲	فصل ۴	فصل ۲ (درس ۱)
هندسه	فصل ۴	—	فصل ۲ (درس ۱)
گسسته	فصل ۶ (شمارش)	—	فصل ۱ (درس ۳: همنهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۳۰)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

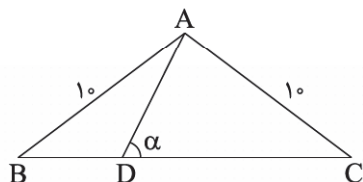
۱- اگر $\tan^2 x = 2a - 10$ و $3 \cos^2 x + a \sin^2 x = a - 1$ مقدار a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲- اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \pi$ و $\tan \alpha - \cot \alpha = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\cos 4\alpha$ کدام است؟

- (۱) $0/36$ (۲) $0/24$ (۳) $-0/16$ (۴) $-0/28$

۳- در شکل زیر، اضلاع مثلث ABC برابر 10 ، 16 و 10 است. اگر $\tan \alpha = 2$ باشد نقطه D ضلع BC را به چه نسبتی تقسیم می‌کند؟



(۱) ۵ به ۱۱

(۲) ۴ به ۱۲

(۳) ۶ به ۱۰

(۴) ۳ به ۱۳

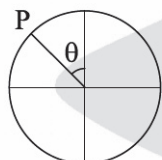
۴- اگر $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$ و در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۵- اگر $\tan(x - \frac{3\pi}{4}) = 3$ باشد، حاصل $\frac{2 \sin x - \sin(\frac{\pi}{4} + x)}{3 \cos x + \cos(x - \frac{3\pi}{4})}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $-\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۶- نقطه $P(a-4, 1-a)$ مطابق شکل زیر روی دایره مثلثاتی قرار دارد. مقدار $169 \sin 2\theta$ کدام است؟



(۱) ۱۰۸

(۲) ۱۱۵

(۳) ۱۲۰

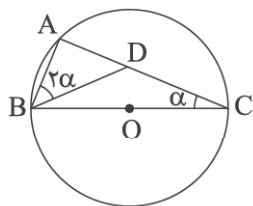
(۴) ۱۲۴

۷- حاصل $\frac{2 \cos 80^\circ + 1}{\cos 10^\circ \cos 70^\circ}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۸- در دایره مثلثاتی شکل زیر، $\sin 2\alpha = \frac{6}{10}$ است. طول پاره خط CD چند برابر $\sqrt{10}$ است؟



(۱) $\frac{3}{10}$

(۲) $\frac{9}{20}$

(۳) $\frac{9}{16}$

(۴) $\frac{3}{8}$

۹- اگر $\sin \alpha \cos \beta$ و $\cos \alpha \sin \beta$ ریشه‌های معادله $25x^2 - 15x + 2 = 0$ باشند حاصل $\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta)$ کدام است؟

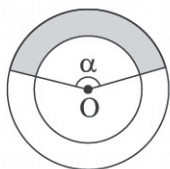
(۴) $\pm \frac{7}{48}$

(۳) $\pm \frac{7}{24}$

(۲) $\pm \frac{7}{12}$

(۱) $\pm \frac{7}{6}$

۱۰- در شکل زیر، دو دایره هم‌مرکز به شعاع‌های ۴، ۶ و $\alpha = 150^\circ$ است. اگر مساحت و محیط ناحیه رنگی برابر P و S باشد، حاصل P-S کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۱- دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^2 ax - \cos^2 ax$ برابر 3π است. دوره تناوب تابع $f(\frac{a}{3}x)$ کدام است؟

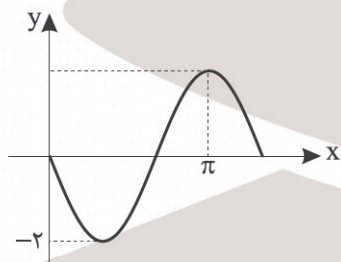
(۴) $\frac{\pi}{9}$

(۳) 27π

(۲) 9π

(۱) $\frac{\pi}{3}$

۱۲- نمودار تابع $y = a \sin bx \cos bx$ به صورت زیر است. دوره تناوب تابع $y = ab \cos \frac{x}{ab}$ کدام است؟



(۱) $\frac{3\pi}{4}$

(۲) $\frac{4\pi}{3}$

(۳) 8π

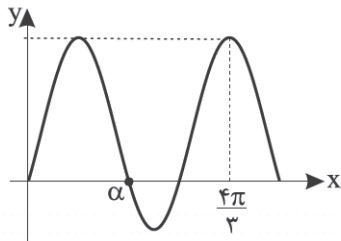
(۴) 6π

محل انجام محاسبات

۱۳- در تابع مثلثاتی f ، ماکزیمم از دوره تناوب آن، از نظر عددی، دو واحد بیشتر و از مینیمم آن چهار واحد بیشتر است. کدام عبارت زیر برای هر $m > 0$ می تواند ضابطه ای برای $f(x)$ باشد؟

- (۱) $m + 2 \sin \frac{\pi}{2m} x$ (۲) $m + 2 \sin \frac{m}{2\pi} x$ (۳) $m - 2 \sin \frac{2\pi}{m} x$ (۴) $m - 2 \sin \frac{2m}{\pi} x$

۱۴- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - 4 \sin(bx + \frac{\pi}{6})$ است. مقدار $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6})$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۵- تابع $y = \frac{2}{a} \sin(a\pi x + \frac{\pi}{3})$ در بازه $(0, 3)$ اکیداً صعودی است. حداکثر a کدام است؟

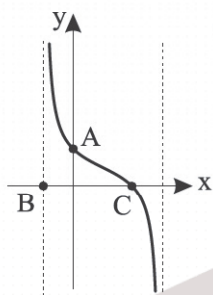
(۴) $\frac{5}{18}$

(۳) $\frac{5}{12}$

(۲) $\frac{1}{12}$

(۱) $\frac{1}{18}$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = 1 - \tan(\frac{2x - \pi}{4})$ به صورت زیر است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



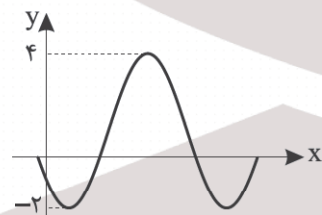
(۱) $\frac{3\pi}{2}$

(۲) $\frac{3\pi}{4}$

(۳) $\frac{5\pi}{4}$

(۴) $\frac{7\pi}{4}$

۱۷- قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos(bx + \frac{\pi}{6})$ به صورت زیر است. در مورد علامت دو عدد ab و bc به ترتیب کدام صحیح است؟



(۱) مثبت، مثبت

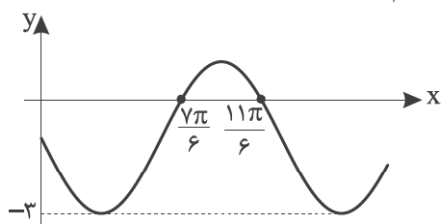
(۲) مثبت، منفی

(۳) منفی، مثبت

(۴) منفی، منفی

محل انجام محاسبات

۱۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \sin^2(bx + \frac{\pi}{4})$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{ab}{c}$ کدام است؟



(۱) $-\frac{4}{3}$

(۲) $-\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{2}{3}$

۱۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر در فضا همواره درست است؟

(الف) تنها یک صفحه از سه نقطه متمایز A، B و C عبور می‌کند.

(ب) تنها یک صفحه از دو خط متمایز d و d' عبور می‌کند.

(ج) تنها یک صفحه از خط d و نقطه A عبور می‌کند.

(د) اگر خط d و صفحه P بر صفحه P' عمود باشند، آنگاه خط d با صفحه P موازی یا بر آن منطبق است.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۰- نقطه A روی صفحه P و نقطه B خارج صفحه P قرار دارد. چند صفحه از دو نقطه A و B می‌گذرد به طوری که بر صفحه P عمود

باشد؟

- (۱) صفر (۲) حداکثر ۱ (۳) یک یا بی‌شمار (۴) هیچ یا بی‌شمار

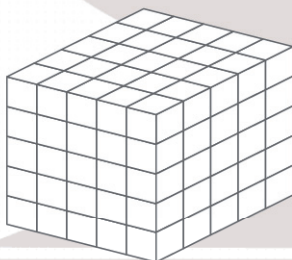
۲۱- دو صفحه متقاطع P و Q و خط d مفروض‌اند. چند صفحه از خط d می‌گذرد که بر هر دو صفحه P و Q عمود باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) حداکثر ۱ (۴) بی‌شمار

۲۲- شکل زیر از تعدادی مکعب کوچک هم‌نهشت تشکیل شده است و همه وجه‌هایش به‌جز کف آن رنگ شده است. اگر a تعداد

مکعب‌های کوچک با یک وجه رنگ شده، b تعداد مکعب‌های کوچک با دو وجه رنگ شده و c تعداد مکعب‌های کوچک با سه وجه رنگ

شده باشد، آنگاه حاصل $a + b + c$ برابر کدام است؟



(۱) ۷۲

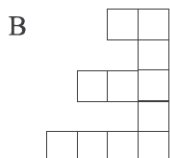
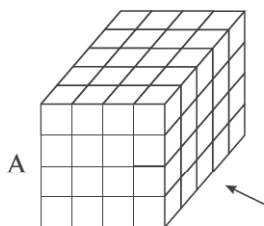
(۲) ۸۱

(۳) ۸۹

(۴) ۹۳

محل انجام محاسبات

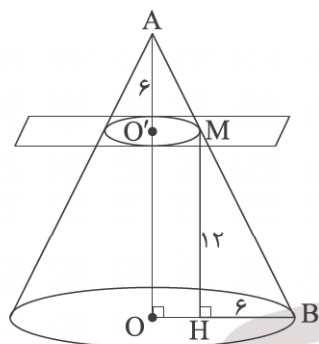
۲۳- اگر a حداکثر و b حداقل تعداد مکعب‌های کوچکی باشد که از شکل A باید حذف کنیم تا نمای بالای آن به صورت شکل B درآید،



آنگاه $a - b$ برابر کدام است؟

- (۱) ۳۲
- (۲) ۳۳
- (۳) ۳۱
- (۴) ۳۴

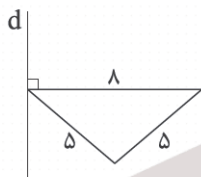
۲۴- مخروط قائمی به شکل زیر توسط صفحه‌ای موازی قاعده برش داده می‌شود. اگر فاصله M تا سطح قاعده مخروط برابر ۱۲ واحد باشد،



حجم مخروط ناقص باقیمانده کدام است؟ ($MH = 12$, $BH = 6$, $O'A = 6$)

- (۱) 468π
- (۲) 486π
- (۳) 458π
- (۴) 476π

۲۵- از دوران مثلث حول خط d ، حجمی با کدام اندازه ایجاد می‌شود؟



- (۱) 96π
- (۲) 48π
- (۳) 82π
- (۴) 98π

۲۶- چند نقطه در صفحه دو خط متقاطع d و d' وجود دارد که از خط d به فاصله $1/5$ و از خط d' به فاصله ۲ باشد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) بی‌شمار

۲۷- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از محورهای مختصات به یک فاصله بوده و از مبدأ مختصات به فاصله $\sqrt{8}$ باشد، کدام است؟

- (۱) پاره‌خطی به طول ۴
- (۲) پاره‌خطی به طول $2\sqrt{2}$
- (۳) چهار رأس مربع با طول ضلع ۲
- (۴) چهار رأس مربع با طول ضلع ۴

محل انجام محاسبات

۲۸- دو خط متقاطع d و d' و دو نقطه A و B در یک صفحه مفروض اند. تعداد نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به فاصله یکسان و از دو خط d و d' به یک فاصله باشد، کدام نمی تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۲۹- نقاط ثابت B و C به فاصله ۸ واحد از یکدیگر در صفحه مفروض اند. چند نقطه مانند A در این صفحه وجود دارد به طوری که $AB = 5$

و مساحت مثلث ABC برابر ۱۲ باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

۳۰- پاره خط ثابت AB مفروض است. مکان هندسی نقطه M در صفحه AB به طوری که زاویه \widehat{AMB} منفرجه باشد، کدام است؟

(۱) محیط مربعی به قطر AB به جز نقاط A و B

(۲) سطح مربعی به قطر AB به جز نقاط A و B و قطر AB

(۳) محیط دایره‌ای به قطر AB به جز نقاط A و B

(۴) سطح دایره‌ای به قطر AB به جز نقاط روی محیط آن و قطر AB

۳۱- ۵ نفر می خواهند روی ۸ صندلی در یک ردیف بنشینند. این کار به چند طریق امکان پذیر است به طوری که صندلی اول و آخر خالی نماند؟

- (۱) $p(8, 5)$ (۲) $\frac{(5!)^2}{3!}$ (۳) $\frac{(6!)^2}{3!}$ (۴) $5 \times 5!$

۳۲- در چند جایگشت از حروف کلمه **chrome** حرف c قبل از h و حرف o قبل از e نوشته می شود؟

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۱۸۰

۳۳- در چند جایگشت از حروف کلمه «**covering**» حروف صدادار کنار هم هستند ولی دو حرف n و v کنار هم قرار ندارند؟

- (۱) ۱۴۴۰ (۲) ۳۸۸۸۰ (۳) ۲۸۸۰ (۴) ۱۲۸۰

۳۴- m عددی طبیعی و سه رقمی است و $ab \equiv 1$ و $bc \equiv 2$ و $ac \equiv 3$ است. باقیمانده تقسیم $(2a + 3b + c)^2$ بر m کدام است؟

($a, b, c \in \mathbb{Z}$)

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۵۴ (۴) ۴۵

۳۵- رقم یکان $(1404! + 1404)^{1404}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۶- معادله $1 - 5n = 187y - 204x$ در \mathbb{Z} جواب دارد. تعداد اعداد طبیعی و ۲ رقمی n کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

محل انجام محاسبات

۳۷- اگر جواب‌های صحیح معادله $380x + 580y = 620$ را در نظر بگیریم، باقیمانده $y^3 - 2y$ بر ۱۹ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۸- در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت ۲۸ و باقیمانده ۱۷ می‌باشد. مجموع ارقام کوچک‌ترین مقدار a که مضرب ۵ باشد، کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۳۹- مجموع ارقام اولین عدد طبیعی ۳ رقمی x که در معادله $22x \equiv 2! + 4! + \dots + 98! \pmod{14}$ صدق کند، کدام است؟

- ۳ (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

۴۰- عدد ۵ رقمی $a42b1$ مضرب ۳۳ می‌باشد. مجموع مقادیر قابل قبول برای ab کدام است؟

- ۱۶۷ (۱) ۱۶۸ (۲) ۱۹۵ (۳) ۱۹۴ (۴)